

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М. В. Ломоносова

Физический факультет
кафедра общей физики и физики конденсированного состояния

Методическая разработка
по общему физическому практикуму

Лаб. работа № 40а

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ
ТЕПЛОЕМКОСТЕЙ ВОЗДУХА ПРИ
ПОСТОЯННОМ ДАВЛЕНИИ И ПОСТОЯННОМ
ОБЪЕМЕ МЕТОДОМ КЛЕМАНА-ДЕЗОРМА

Составил описание доцент Пустовалов Г.Е.

Москва - 2012

Подготовил методическое пособие к изданию доц. Авксентьев.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ ТЕПЛОЕМКОСТЕЙ ВОЗДУХА ПРИ ПОСТОЯННОМ ДАВЛЕНИИ И ПОСТОЯННОМ ОБЪЕМЕ МЕТОДОМ КЛЕМАНА- ДЕЗОРМА

Цель работы — определение отношения теплоемкостей воздуха при постоянном давлении и постоянном объеме $\gamma = C_p / C_v$. Чтобы найти величину γ отношения теплоемкости C_p газа при постоянном давлении к его теплоемкости C_v при постоянном объеме, следует обратиться к процессам, которые определяются величиной γ . Как известно, эта величина играет существенную роль в адиабатических процессах и, в частности, входит в уравнение Пуассона для зависимости давления P газа от его объема V :

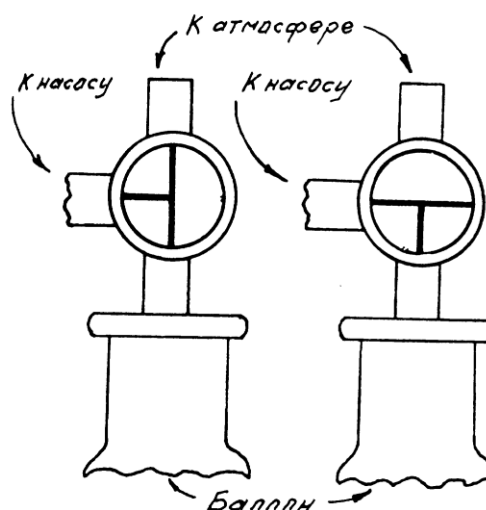
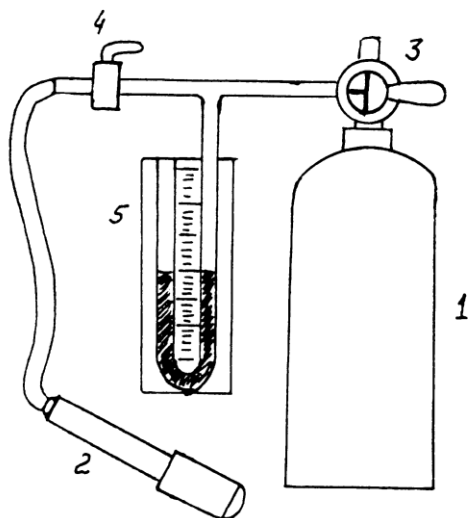
$$P V^\gamma = C, \quad (1)$$

где C - константа, зависящая от рода газа и его массы.

Адиабатическим является процесс, происходящий с термодинамической системой, заключенной в теплоизолирующую оболочку. Однако при опытах с газом такая оболочка, обладая теплоемкостью, во много раз превышающей теплоемкость самого газа, вносит очень большую погрешность в результат измерений. На практике для проведения адиабатических процессов пользуются тем, что давление в газе устанавливается сравнительно быстро — за доли секунды, в то время как для выравнивания температуры требуются минуты. Поэтому процессы, очень близкие к адиабатическим, могут быть осуществлены путем быстрого изменения давления газа. Именно такой прием и используется в данной работе, чтобы найти значение γ для воздуха.

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

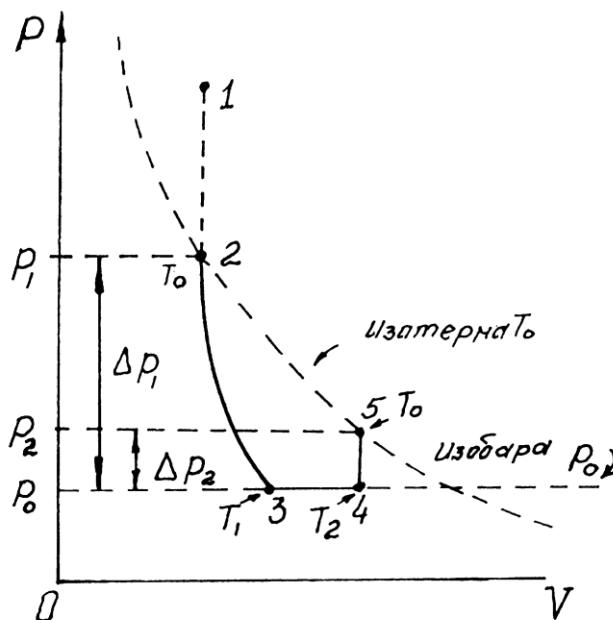
Установка (рис.1) состоит из: стеклянного баллона 1 объемом 10-20 л; насоса 2, служащего для создания в баллоне избыточного давления воздуха; трехходового крана 3, с помощью которого баллон может быть сообщен с атмосферой или насосом; крана 4, разобщающего баллон и насос; U-образного водяного манометра, служащего для регистрации разности между давлением воздуха в баллоне и атмосферным давлением. Для измерения промежутков времени, в течение которых открыт кран 3 (баллон сообщен с атмосферой), используется секундомер.



Описание процессов и порядок проведения опыта

1. Перед очередным измерением баллон должен быть сообщен с атмосферой (положение ходов крана 3 показано на рис.2,а), кран 4 открыт (его ручка должна быть направлена вдоль соединительной трубки). При этом жидкость в коленах манометра должна находиться на одном уровне вблизи середины шкалы манометра.

2. Краном 3 баллон разобщается с атмосферой так, чтобы его сообщение с насосом сохранилось (положение ходов крана 3 показано на рис.2,б). В баллон при помощи насоса накачивают воздух до тех пор, пока один уровень жидкости в одном из колен манометра не окажется вблизи верхнего конца шкалы. Краном 4 баллон разобщается с насосом (ручка крана должна стоять перпендикулярно соединительной трубке). Так как при сжатии воздух нагревается, температура воздуха в баллоне после накачивания становится выше комнатной.



3. После закрытия крана 4 начинается изохорический процесс 1-2 (рис.3) остывания воздуха при постоянном объеме. При этом давление воздуха в баллоне падает. Этот процесс сопровождается уменьшением разности уровней жидкости в коленах манометра. Таким образом, в данном случае баллон, снабженный манометром, используется в качестве газового термометра для регистрации изменения температуры.

Прекращение уменьшения разностей уровней жидкости в коленах манометра указывает на то, что температура воздуха в баллоне достигла комнатной температуры T_0 (точка 2 на рис. 3). В результате в баллоне устанавливается давление, превышающее атмосферное давление P_0 на величину ΔP_1 , пропорциональную разности h_1 уровней жидкости в коленах манометра.

4. Сообщают баллон с атмосферой, возвращая кран 3 в положение, показанное на рис. 2,а, и одновременно включают секундомер. По истечении заданного времени t (от нескольких секунд до минуты) баллон разобщают с атмосферой, ставя кран 3 в положение, показанное на рис. 2,б. При этом происходят следующие процессы.

А. В течение долей секунды после сообщения баллона с атмосферой из него выходит часть воздуха: в баллоне устанавливается атмосферное давление P . Этот процесс ввиду его краткости следует считать адиабатическим расширением воздуха. Кривая 2-3 на рис. 3 представляет собой отрезок адиабаты. Температура воздуха в баллоне при адиабатическом расширении резко падает и в точке 3 приобретает значение T_1 .

Б. По окончании адиабатического процесса и установления в баллоне атмосферного давления, пока кран 3 еще остается открытым, происходит повышение температуры воздуха в баллоне при постоянном атмосферном давлении P_0 (изобарическое нагревание) за счет притока тепла из окружающего воздуха через стенки баллона (прямая 3-4 на рис. 3 - изобара). К моменту закрытия крана 3 температура воздуха в баллоне достигает некоторого значения T_2 , не превышающего комнатной температуры T_0 . Разница в значениях T_0 и T_2 уменьшается при увеличении времени t , в течение которого кран 3 был открыт. Так как в баллоне в течение этого времени за исключением краткого промежутка, пока идет адиабатический процесс, сохраняется атмосферное давление, жидкость в коленах манометра находится на одном уровне.

5. После разобщения баллона с атмосферой воздух в баллоне продолжает нагреваться, но уже при постоянном объеме, до тех пор, пока его температура не поднимется от значения T_2 до комнатной температуры T_0 (прямая 4-5 на рис. 3 - изохора). При изохорическом повышении температуры воздуха увеличивается его давление. В результате вновь возникает разность уровней жидкости в коленях манометра. Когда температура воздуха в баллоне сравняется с комнатной, разность уровней достигнет постоянной величины h_2 . Давление при этом возрастает по сравнению с атмосферным на величину ΔP_2 .

Обратим внимание на то, что точки 2 и 5 лежат на одной изотерме, соответствующей комнатной температуре T_0 воздуха в баллоне, а точки 3-4 — на одной изобаре, соответствующей атмосферному давлению P_0 . Эти значения температуры и давления устанавливаются сами собой, не требуется никаких добавочных действий или устройств для их поддержания, что значительно упрощает эксперимент.

ВЫВОД РАСЧЕТНЫХ ФОРМУЛ

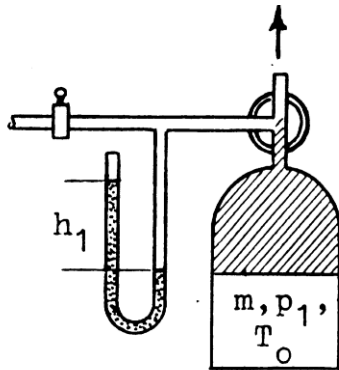
Газовые законы обычно применяются для расчетов изменений, происходящих с газом, масса которого остается постоянной. В нашем же случае часть воздуха выходит из баллона при сообщении его с атмосферой. Поэтому все дальнейшие рассуждения относятся не ко всему воздуху в баллоне, а лишь к той его части, которая все время присутствует в баллоне и остается в нем после его разобщения атмосферой в точке 4 (рис. 3). Остальная часть воздуха в процессах 2-3 и 3-4 может рассматриваться как поршень, который выдвигается из баллона при расширении. Для наглядности процессы, происходящие с воздухом в баллоне, начиная с момента сообщения баллона с атмосферой и кончая установлением в нем комнатной температуры после закрытия крана, показаны на рис.4.

Обратимся к уравнениям, описывающим адиабатический и изохорический процессы.

1. Адиабатический процесс 2-3. Логарифмируя уравнение Клапейрона $P V / T = C_1$, справедливое для любого процесса, и уравнение Пуассона $P V^\gamma = C$ для адиабатического процесса (C и C_1 - константы), получим соответственно

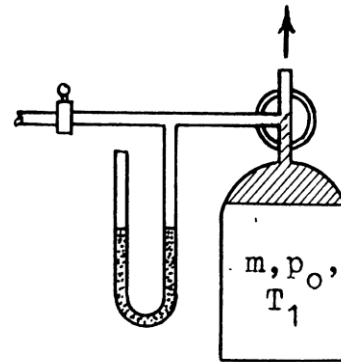
$$\ln P + \ln V - \ln T = \ln C_1 ,$$

$$\ln P + \gamma \ln V = \ln C.$$



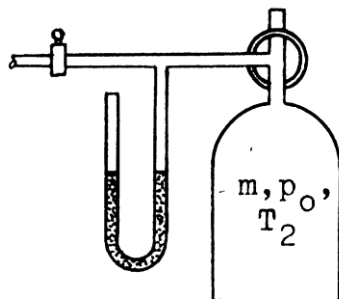
Точка 2

Кран открывается, начало адиабатического процесса, температура T_0 комнатная, давление $P_1 = P_0 + \Delta P_1$.



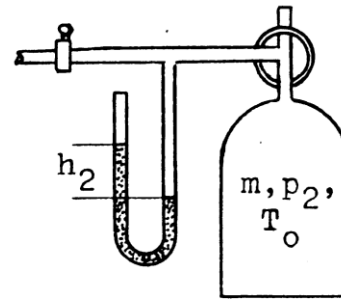
Точка 3

Конец адиабатического и начало изобарического процесса, температура T_1 , давление P_0 атмосферное.



Точка 4

Кран закрывается, конец изобарического и начало изохорического процесса, температура T_2 , давление P_0 атмосферное.



Точка 5

Конец изохорического процесса, температура T_0 комнатная, давление $P_2 = P_0 + \Delta P_2$.

Рис. 4

Исключив отсюда $\ln V$, найдем

$$\frac{\gamma-1}{\gamma} \ln P - \ln T = \ln C_1 - \frac{1}{\gamma} \ln C. \quad (2)$$

Примем во внимание, что в нашем случае изменения давления и температуры малы: давления P_1 и P_2 воздуха в баллоне отличаются от атмосферного давления P_0 на сотые доли P_0 , температура изменяется на 2-3 градуса, т.е. очень мало по сравнению с комнатной температурой $T_0 \approx 300^\circ\text{K}$. Поэтому для установления связи между изменениями давления и температуры с достаточной точностью можно воспользоваться дифференциальным исчислением. Дифференцируя уравнение (2), получим

$$\frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{dP}{P} - \frac{dT}{T} = 0. \quad (3)$$

Здесь под dP следует понимать разность $P_0 - P_1$ между конечным давлением P_0 и начальным давлением P_1 воздуха при адиабатическом процессе, а под P - атмосферное давление P_0 , вблизи которого происходят изменения давления. Аналогично dT представляет собой изменение $T_1 - T_0$ температуры при адиабатическом процессе, а T соответствует комнатной температуре T_0 . Таким образом, уравнение (3) можно записать в виде

$$\frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{P_0 - P_1}{P_0} = \frac{T_1 - T_0}{T_0}. \quad (4)$$

2. Изохорический процесс 4-5. Логарифмируя уравнение изохорического процесса $P/T = C_2$ (закон Шарля), найдем

$$\ln P - \ln T = \ln C_2.$$

Дифференцируя это выражение, получим соотношение между малыми изменениями давления и температуры при изохорическом процессе

$$\frac{dP}{P} = \frac{dT}{T}. \quad (5)$$

Здесь dP представляет собой разность $P_2 - P_0$ давлений в конце и в начале изохорического процесса, dT — разность $T_0 - T_2$ соответствующих температур, а P и T - атмосферное давление P_0 и комнатную температуру T_0 . Таким образом,

$$\frac{P_2 - P_0}{P_0} = \frac{T_0 - T_2}{T_0}. \quad (6)$$

Разделив уравнение (4) на уравнение (6), найдем

$$\frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{P_1 - P_0}{P_2 - P_0} = \frac{T_1 - T_0}{T_2 - T_0}.$$

Здесь разности давлений $P_1 - P_0 = \Delta P_1$ и $P_2 - P_0 = \Delta P_2$ пропорциональны разностям h_1 и h_2 уровней жидкости в коленях манометра, измеренным в точках 2 и 5 соответственно (рис.3). Следовательно,

$$\frac{T_1 - T_0}{T_2 - T_0} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{h_1}{h_2}. \quad (7)$$

3. Изобарический процесс 3-4. При этом процессе происходит нагревание воздуха в баллоне путем теплопередачи через стенки баллона. Согласно предположению Ньютона, количество теплоты dQ , приобретенное телом при нагревании в течение малого промежутка времени dt , пропорционально разности температур между поверхностью тела и окружающей средой и данному промежутку времени. При этом температура тела увеличивается на некоторую малую величину dT , причем $dQ = C dT$, где C - теплоемкость тела. В нашем случае отсюда следует дифференциальное уравнение

$$dQ = C_p dT = \alpha (T_0 - T) dt. \quad (8)$$

Здесь C_p - теплоемкость при постоянном объеме той части воздуха в баллоне, которую, как говорилось выше, следует принимать во внимание, T - температура воздуха в баллоне в данный момент времени t , T_0 - температура среды, окружающей баллон, т.е. комнатная, α - коэффициент теплопередачи, зависящий от свойств стенок баллона.

Уравнение (8) можно представить в виде

$$\frac{dT}{T - T_0} = -\frac{\alpha}{C_p} dt. \quad (9)$$

При изобарическом процессе 3-4 время изменяется от 0 до t , а температура от T_1 до T_2 . Интегрируя в этих пределах уравнение (9), найдем

$$\int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T - T_0} = -\frac{\alpha}{C_p} \int_0^t dt.$$

Отсюда

$$\ln \frac{T_2 - T_0}{T_1 - T_0} = -\frac{\alpha}{C_p} t. \quad (10)$$

Учитывая выражение (7), путем несложных преобразований приведем выражение (10) к виду

$$\ln \frac{h_1}{h_2} = \ln \frac{\gamma}{\gamma - 1} + \frac{\alpha}{C_p} t. \quad (11)$$

Введем здесь обозначения

$$\ln \frac{h_1}{h_2} = y, \quad \ln \frac{\gamma}{\gamma - 1} = a, \quad \frac{\alpha}{C_p} = b. \quad (12)$$

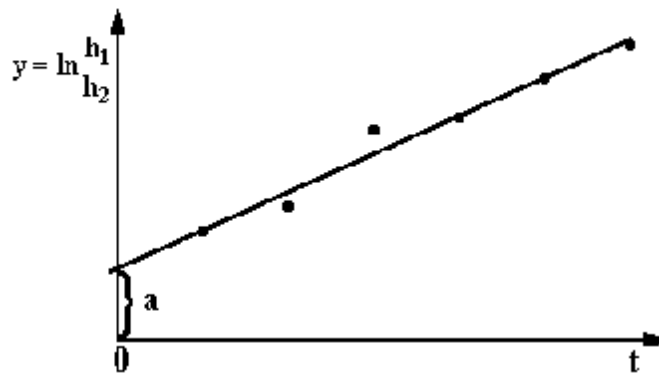


Рис.5

Тогда

$$y = a + b t. \quad (13)$$

Таким образом, величина $y = \ln(h_1 / h_2)$ представляет собой линейную функцию времени t . На графике зависимость y от t должна изображаться в виде прямой линии, отсекающей от оси ординат (при $t = 0$) отрезок a (рис.5). Потенцируя выражение

$$\ln \frac{\gamma}{\gamma - 1} = a$$

найдем

$$\frac{\gamma}{\gamma - 1} = e^a. \quad (14)$$

Отсюда легко получить выражение, определяющее искомое значение γ через величину a , найденную опытным путем:

$$\gamma = \frac{1}{1 - e^{-a}}. \quad (15)$$

ИЗМЕРЕНИЯ

Порядок проведения измерений описан в разд.3 (п.1-5). Здесь даются некоторые дополнительные указания.

1. Во избежание выплескивания жидкости из манометра накачивание воздуха в баллон (п.2) следует производить медленными перемещениями рукоятки насоса, замедляя эти перемещения по мере увеличения разности уровней жидкости в коленах манометра.

2. Измерения повторяют несколько раз с различными промежутками времени t , в течение которых баллон сообщен с атмосферой (кран 3 открыт). Рекомендуется брать значения t от 5 до 50 с через каждые 5 с.

Таблица 1

t	h_1 , мм	h_2 , мм	$\ln(h_1/h_2)$
5			
10			
⋮			
50			

3. После разобщения баллона с насосом при помощи крана 4 (п.2, 3) и после разобщения баллона с атмосферой (п.4, 5) перед измерением разности h_1 и h_2 уровней жидкости в коленах манометра следует выждать несколько минут для установления в баллоне комнатной температуры T_0 . Необходимый для этого промежуток времени можно определить при проведении первого измерения, включив секундомер в момент разобщения баллона с насосом и наблюдая за изменением уровней жидкости в манометре, заметить по секундомеру время, когда изменение уровней прекратится. При дальнейших измерениях время установления температуры можно определять при помощи секундомера, не следя за движением жидкости в манометре.

4. Значения времени t , в течение которого баллон был сообщен с атмосферой, и соответствующие значения h_1 и h_2 разностей уровней жидкости в коленях манометра заносят в табл.1.

РАСЧЕТЫ

Для каждого значения t вычисляют $\ln(h_1/h_2)$ и заносят полученные значения в табл.1 (при вычислениях следует ограничиться четырьмя значащими цифрами). На график зависимости величины $y = \ln(h_1/h_2)$ от времени по данным из табл.1 наносят экспериментальные точки. По этим точкам следует провести прямую линию $y = a + bt$ и найти отрезок a , отсекаемый этой прямой от оси ординат (рис. 5).

Из-за неизбежных погрешностей эксперимента точки обычно не лежат на одной прямой. Поэтому прямую следует проводить так, чтобы она проходила между точками, причем выше и ниже прямой лежало бы приблизительно одинаковое число точек. При проведении прямой на глаз возникает неопределенность в ее наклоне и, следовательно, в величине отрезка a , т.е. эта величина содержит погрешность, для оценки которой не имеется никакого способа.

Существует, однако, объективный метод проведения прямой: наилучшей считается такая прямая, сумма квадратов расстояний от которой до экспериментальных точек на графике наименьшая (метод наименьших квадратов). Для этой прямой теория вероятностей дает способ оценки погрешностей, допущенных в значениях коэффициентов a и b уравнения. Правда, вычисления коэффициентов a и b и их стандартных отклонений S_a и S_b по совокупности экспериментальных данных производятся по довольно громоздким формулам и требуют при расчете вручную много времени. Однако применение вычислительных средств значительно облегчает эти расчеты.

Контрольные вопросы и задания

1. Что такое изопроцессы и каким законам они подчиняются? Нарисуйте графики этих процессов.

2. Сформулируйте первый закон термодинамики. Запишите этот закон для изобарного, изохорного, изотермического и адиабатного процессов.
3. Дайте определение удельной и молярной теплоёмкости. В каких единицах СИ они измеряются?
4. Дайте определение числа степеней свободы молекулы. Чему равна величина i для 1, 2 и 3-атомных молекул идеальных газов?
5. Какой процесс называется адиабатным? Выведите уравнение Пуассона.
6. Рассчитайте теоретическое значение показателя адиабаты для 1, 2 и 3-атомных молекул идеальных газов.
7. В чём заключается метод Клемана и Дезорма для определения отношения $\frac{C_p}{C_v}$?
8. Опишите рабочий цикл экспериментальной установки по $P-V$ -диаграмме.
9. Выведите расчётную формулу для определения γ .
10. Как и почему изменяется температура газа в сосуде при проведении опыта?

ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев И.В. «Курс общей физики» т. 1, изд.М.«Наука», 1989, часть 2, гл. 10,
§ 67 Первое начало термодинамики.
§ 68 Внутренняя энергия и теплоемкость идеального газа.
§ 69 Уравнение адиабаты идеального газа.
§ 72 Классическая теория теплоемкости идеального газа.
2. Савельев И. В. Курс общей физики: уч. пособие. в 5 кн. кн. 3. Молекулярная физика и термодинамика. М. Наука Физматлит, 1998. Глава 1. Предварительные сведения.
§ 1.9 Внутренняя энергия и теплоемкость идеального газа..
§ 1.10 Уравнение адиабаты идеального газа.