

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

имени М. В. Ломоносова

Физический факультет

кафедра общей физики и физики конденсированного состояния

Методическая разработка

по общему физическому практикуму

Лаб. работа № 17

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СИЛЫ
ТЯЖЕСТИ
С ПОМОЩЬЮ УНИВЕРСАЛЬНОГО
МАЯТНИКА**

Описание составил профессор Никитин С.А.

Москва - 2012

Подготовил методическое пособие к изданию доц. Авксентьев Ю.И.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ С ПОМОЩЬЮ УНИВЕРСАЛЬНОГО МАЯТНИКА

Цель работы: Исследование законов, по которым происходят колебательные движения математического и физического маятников, а также определение значения ускорения свободного падения (ускорения силы тяжести).

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

Математическим маятником называют колеблющееся в поле сил тяжести тело, подвешенное на столь длинной нити, что размерами тела по сравнению с длиной нити можно пренебречь. Время полного колебания маятника - период маятника при малых углах отклонения от вертикали равен

$$E = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (1)$$

где l - длина нити, g - ускорение свободного падения.

Угол отклонения маятника от вертикали α меняется со временем по гармоническому закону (при малых отклонениях)

$$\alpha = \alpha_0 \cos(2\pi \nu t), \quad (2)$$

где α_0 - амплитуда колебаний, ν - частота колебаний. Амплитуда колебаний маятника α_0 определяется начальными условиями. Из формулы (1) следует, что период колебаний маятника зависит от его длины l и ускорения силы тяжести g , но не зависит от амплитуды. Свойство,

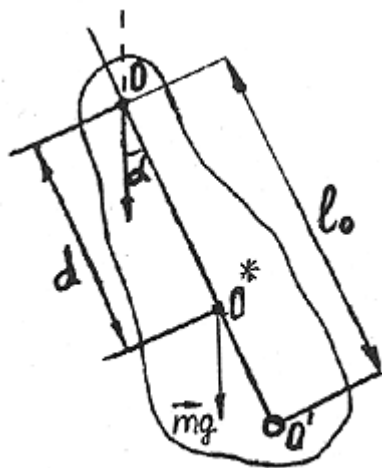


Рис.1

закрывающееся в сохранении периода колебаний при любых амплитудах, называют изохронностью колебаний маятника. Свойство изохронности справедливо только при малых отклонениях. Формулы (1) и (2) выполняются при условии, что действие на маятник сил трения и сопротивления среды пренебрежимо мало. Действие этих сил приводит к постепенному затуханию колебаний маятника. Если их действие невелико, то период маятника будет оставаться практически постоянным. Физическим маятником

называют колеблющееся в поле сил тяжести тело, закрепленное на оси, не проходящей через центр тяжести. В этом случае размерами тела пренебречь нельзя. Выведенный из равновесия физический маятник совершает колебания с периодом

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgd}}, \quad (3)$$

где m – масса тела, J – момент инерции физического маятника относительно оси вращения, d – расстояние от оси вращения (точка O) до центра тяжести тела (точка O^*) (см. рис. 1).

Сравнивая уравнения (1) и (3), видим, что в уравнении (3) там, где для математического маятника стоит множитель l , для физического маятника входит множитель $l_0 = \frac{J}{md}$.

Величину l_0 называют приведенной длиной физического маятника. Физический маятник совершает колебания с тем же периодом, что и математический маятник длиной l_0 . Точка O^l , лежащая на линии, проходящей через ось вращения и центр тяжести на расстоянии приведенной длины от оси вращения, называется центром качания физического маятника (рис. 1). Если к оси вращения физического маятника подвесить математический маятник на нити длиной, равной приведенной длине данного физического маятника, то отклоненные на одинаковый угол α физический и математический маятник колеблются вместе, с одним периодом и так, что тело, подвешенное на нити, находится постоянно в центре качания физического маятника.

Рассмотрим, чему равны периоды колебаний физического маятника при различном положении осей вращения. Пусть в первом случае расстояние от оси вращения O_1 до центра тяжести равно d_1 . Момент инерции относительно оси O_1 по теореме Штейнера равен

$$J_1 = J_0 + md_1^2, \quad (4)$$

где J_0 – момент инерции относительно оси O^* , проходящей через центр тяжести и параллельной оси вращения O_1 . Согласно формуле (3) период колебания физического маятника в этом случае

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{J_0 + md_1^2}{mgd_1}}. \quad (5)$$

На линии, соединяющей точку O_1 и центр тяжести O^* , выберем за центром тяжести новое положение оси вращения (точка O_2). ось O_2 будет находиться на расстоянии d_2 от центра тяжести. По аналогии с предыдущим случаем период колебаний данного физического маятника с осью вращения O_2 будет равен

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{J_0 + md_2^2}{mgd_2}}. \quad (6)$$

где d_2 – расстояние от оси вращения O_2 до центра тяжести.

Изменяя расстояния d_1 и d_2 , подберем их величину так, чтобы периоды колебаний данного физического маятника с осями вращения O_1 и O_2 совпадали. Из условия $T = T_1 + T_2$ и уравнений (5) и (6) получим.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{d_1 + d_2}{g}}. \quad (7)$$

С другой стороны, период физического маятника равен

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l_0}{g}}. \quad (8)$$

Сравнивая эти уравнения, заключаем, что периоды T_1 и T_2 совпадают в том случае, когда сумма расстояний от осей вращения O_1 и O_2 до центра тяжести $d_1 + d_2$ равна приведенной длине физического маятника: $l_0 = d_1 + d_2$.

Таким образом, центр качания и ось вращения (точка подвеса) являются обратимыми. Если перенести ось вращения (точку подвеса) физического маятника в центр качаний, то прежняя ось вращения окажется новым центром качания, при этом период колебаний физического маятника останется прежним.

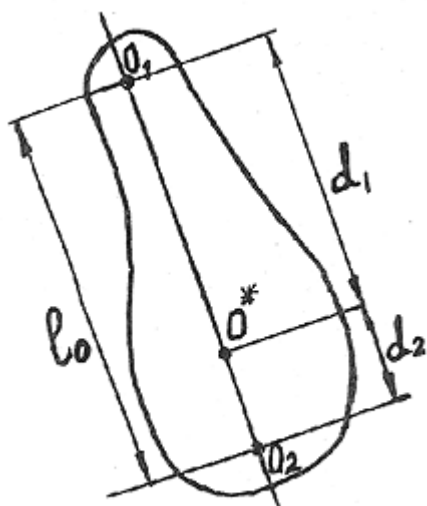


Рис.2

Поскольку ось вращения - точка O_1 , и центр качания - точка O_2 , обратимы, то можно экспериментально определить положение центра качания. Для этого надо найти ось вращения (точку подвеса), в которой он колеблется с тем же периодом, что и прежде. Расстояние между этими двумя осями вращения и дает приведенную длину. Измерения приведенной длины осуществляются с гораздо большей точностью, чем определение момента инерции. Измерив приведенную длину l_0 и период физического маятника T , можно найти

ускорение свободного падения g , используя формулу (8).

Для измерения ускорения свободного падения используют универсальный маятник, описание которого будет дано ниже.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Описание установки

Общий вид универсального маятника представлен на рис. 3. Основание 1 оснащено регулируемыми ножками 2, которые позволяют произвести

выравнивание прибора. В основании закреплена колонка 3, на которой зафиксирован верхний кронштейн 4 и нижний кронштейн 5 с фотоэлектрическим датчиком 6. После отвинчивания воротка 11 верхний кронштейн можно поворачивать вокруг колонки. Затяжка воротка 11 фиксирует кронштейн в любом, произвольно выбранном положении. С одной стороны кронштейна 4 находится математический маятник 7, с другой - на вмонтированных вкладышах оборотный маятник 8.

Длину математического маятника можно регулировать при помощи воротка 9, а ее величину можно определить при помощи шкалы на колонке 3.

Оборотный маятник выполнен в виде стального стержня, на котором фиксированы два ножа, повернутые друг к другу лезвиями, и два ролика. На стержне через 10 мм нанесены кольцевые деления, служащие для точного определения длины оборотного маятника (расстояния между ножами). Ножи и ролики можно перемещать вдоль оси стержня и фиксировать в любом положении. Эти элементы выполнены таким образом, что их размер вдоль стержня кратен 10 мм.

Нижний кронштейн вместе с фотоэлектрическим датчиком можно перемещать вдоль колонки и фиксировать в произвольно избранном положении.

Фотоэлектрический датчик соединен с привинченным к основанию универсальным миллисекундомером 10. Вид лицевой панели миллисекундомера также показан на рис. 3.

На лицевой панели миллисекундомера находятся следующие элементы регулировки.

1. *СЕТЬ* - включатель сети. Нажатие этой клавиши включает питающее напряжение. Визуально включение показывается свечением цифровых индикаторов (высвечивающих цифру ноль) и свечением фотоэлектрического датчика.

2. *СБРОС* - установка ноля измерителя. Нажатие этой клавиши вызывает сброс схем миллисекундомера и генерирования сигнала разрешения на

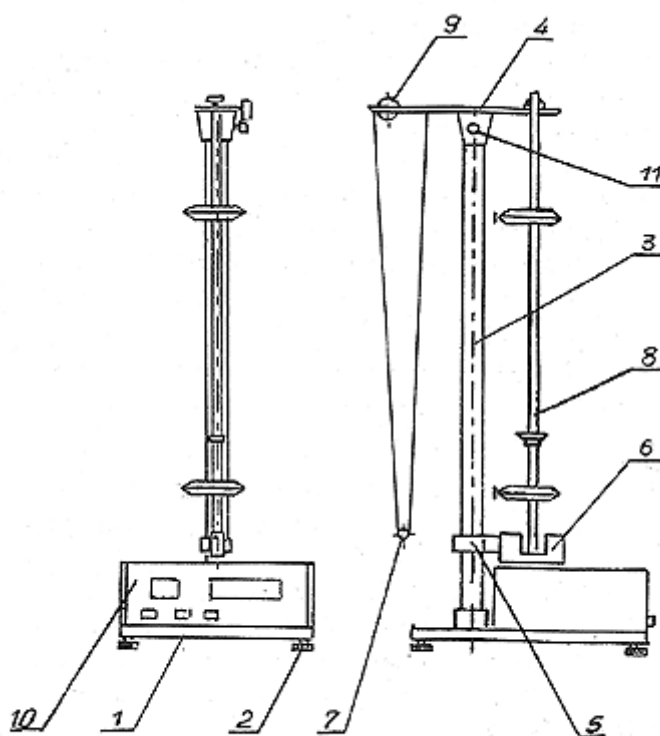


Рис. 3

измерение.

3. *СТОП* - окончание измерения. Нажатие клавиши вызывает генерирование сигнала на окончание процесса подсчета.

Упражнение 1

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ ПРИ ПОМОЩИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

Нижний кронштейн вместе с фотоэлектрическим датчиком установить в нижней части колонки, обращая внимание на то, чтобы верхняя грань кронштейна показывала на шкале длину *50 см*. Затянуть вороток, фиксируя фотоэлектрический датчик в избранном положении. Поворачивая верхний кронштейн, поместить над датчиком математический маятник.

Вращая вороток на верхнем кронштейне, установить длину математического маятника. Обратить внимание на то, чтобы черта на шарике была продолжением черты на корпусе фотоэлектрического датчика.

Привести математический маятник в движение, отклоняя шарик на $4-5^\circ$ от положения равновесия.

Нажать переключатель *СЕТЬ*, проверить, все ли индикаторы измерителя показывают цифру ноль и горит ли лампочка фотоэлектрического датчика.

Нажать кнопку *СБРОС*.

После подсчета измерителем *10* колебаний нажать клавишу *СТОП*.

По шкале прибора измерить длину *l* математического маятника.

Величина периода колебаний *T* маятника определяется на основании измерения времени *t* продолжительности *n* полных колебаний по формуле

$$T = \frac{t}{n}. \quad (9)$$

Вычисление ускорения свободного падения производится на основании результатов эксперимента по формуле, следующей из соотношения (1)

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}. \quad (10)$$

где *g* - ускорение свободного падения в *м/с²*; *l* - длина математического маятника, *T* - период математического маятника.

Ускорение *g* определяется для десяти значений длины

математического маятника и его периода. Результаты измерений записываются в таблицу 1.

Таблица 1.

Номер измерения	Длина математического маятника, м	Время t продолжительности n колебаний, с	Число n колебаний	Период колебаний, T_0 , с	Ускорение свободного падения g , м/с ²
1 ... 10					

Упражнение 2

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ ПРИ ПОМОЩИ ОБОРОТНОГО МАЯТНИКА

Повернуть верхний кронштейн на 180° .

Фиксировать ролики на стержне несимметрично таким образом, чтобы один из них находился вблизи конца стержня, а другой - вблизи его середины.

Ножи маятника закрепить по обеим сторонам центра тяжести, полученной по вышеуказанному способу системы таким образом, чтобы они были обращены друг к другу лезвиями. Один из них поместить вблизи свободного конца стержня, а второй - на половине расстояния между роликами.

Проверить, соответствуют ли грани лезвий ножей кольцевым делениям на стержне.

Закрепить маятник на вкладыше верхнего кронштейна на ноже, находящемся вблизи конца стержня.

Нижний кронштейн вместе с фотоэлектрическим датчиком расположить таким образом, чтобы стержень маятника пересекал оптическую ось.

Отклонить маятник на $4-5^\circ$ от положения равновесия и отпустить его.

Нажать клавишу *СБРОС*.

После подсчета измерителем *10* полных колебаний, нажать клавишу *СТОП*.

По формуле (9) определить период оборотного маятника T_0 .

Снять маятник и закрепить его на втором ноже.

Нижний кронштейн с фотоэлектрическим датчиком переместить таким образом, чтобы маятник пересекал оптическую ось.

Отклонить маятник на $4-5^\circ$ от положения равновесия, измерить период T_1 и сравнить результат с полученной ранее величиной T_0 .

Если $T_1 < T_0$, то второй нож переместить в направлении ролика, находящегося в конце стержня.

Если $T_1 > T_0$, то второй нож переместить в направлении середины стержня.

Размещения роликов и первого ножа не менять.

Повторно измерить период (период T_2) и сравнить с величиной T_0 .

Положение второго ножа до момента получения равновесия $T = T_0$ изменять с точностью до 0,5 %.

Определить приведенную длину оборотного маятника l_0 , подсчитывая количество делений на стержне между ножами (деления нанесены через каждые 10 мм).

Ускорение свободного падения g вычисляется по формуле, следующей из соотношения (8)

$$g = \frac{4\pi^2 l_0}{T_0^2}, \quad (11)$$

где l_0 - выраженная в метрах длина оборотного маятника, определяемая как расстояние между ножами, которому соответствует равенство периодов при прямом и перевернутом положении оборотного маятника; T_0 - период оборотного маятника в секундах, вычисленный из экспериментальных данных по формуле (9). Ускорение g определяется для десяти значений приведенной длины и периода.

Результаты измерений записывают в таблицу 2.

Находят по данным таблиц 1 и 2 средние значения ускорения свободного падения, вычисляют погрешность измерения и результаты записывают с учетом погрешности.

Таблица 2

Номер измерения	Длина оборотного маятника, l_0 м	Время t продолжительности n колебаний, с	Число n колебаний	Период колебаний оборотного маятника, T_0 , с	Ускорение свободного падения g , м/с ²
1					
...					
10					

ЛИТЕРАТУРА

1. Белов Д.В. «Механика», изд. Физический факультет МГУ им. М.В.Ломоносова 1998,
глава VIII — Механические колебания,
§ 36 Свободные гармонические колебания.
2. Савельев И.В. «Курс физики», т.2. М.: Наука, 1989, глава 10 ,
§ 65 – Маятник.
3. Савельев И. В. «Курс общей физики» в 5-и книгах.
Книга I «Механика», 1998 г.,
гл. 5, Механика твердого тела,
§ 5.4 Момент инерции,
гл. 8, Колебательное движение,
§ 8.1 Общие сведения о колебаниях,
§ 8.4 Гармонические колебания,
§ 8.5 Маятник.