

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М. В. Ломоносова

Физический факультет
кафедра общей физики и физики конденсированного состояния

Методическая разработка
по общему физическому практикуму

Лаб. работа № 16

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО
ПАДЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ ФИЗИЧЕСКОГО
МАЯТНИКА

Описание составила доц. Скипетрова Л.А.

Москва - 2011

Подготовил методическое пособие к изданию доц. Авксентьев Ю.И.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКА.

Цель работы: вычисление ускорения свободного падения тел на основе анализа колебаний физического маятника.

Основные понятия.

Колебаниями называются движения или процессы, которые характеризуются определенной повторяемостью во времени. Простейшим типом колебаний являются гармонические колебания, при которых колеблющаяся величина X изменяется со временем со закону синуса (косинуса)

$$X = A \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (1)$$

где A - максимальное значение колеблющейся величины, называемое амплитудой колебаний; ω - круговая (циклическая) частота, связанная с периодом колебаний T (временем одного полного колебания) отношением $\omega = 2\pi/T$; $(\omega t + \varphi_0)$ - фаза колебаний в момент времени t , φ_0 - начальная фаза колебаний в момент времени $t = 0$ с.

Физический маятник - это твердое тело, совершающее под действием силы тяжести колебания вокруг неподвижной горизонтальной оси подвеса (точка O), не проходящей через центр масс тела (точка C , рис.1).

Движение твердого тела в общем случае определяется двумя векторными уравнениями. Одно из них - уравнение, описывающее поступательное движение центра масс

$$m\vec{a}_{\text{цм}} = \Sigma \vec{F},$$

где m - масса тела, $\vec{a}_{\text{цм}}$ - ускорение центра масс, $\Sigma \vec{F}$ - равнодействующая всех сил, действующих на тело.

Другое - уравнение моментов $J_Z \beta = M_Z$, где M_Z - результирующий момент всех сил, действующих на тело относительно оси Z , J_Z - момент инерции твердого тела относительно оси Z , β - угловое ускорение.

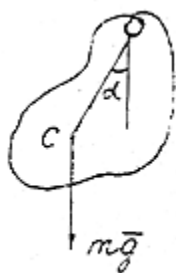


Рис.1

В случае физического маятника поступательное движение отсутствует и рассматривается только вращательное (колебательное) движение вокруг неподвижной оси. Уравнение моментов в данном случае принимает вид

$$J\ddot{\alpha} = -mgl \sin \alpha = -mgl \alpha, \quad (2)$$

где J - момент инерции маятника относительно оси, проходящей через точку O (точка подвеса); $\ddot{\alpha} = \beta$ - угловое ускорение; l - расстояние между точкой подвеса O и центром масс маятника C ; $\sin \alpha \approx \alpha$, так как рассматриваются только малые колебания; знак (-) обусловлен тем, что направление момента силы тяжести противоположно направлению роста угла α , т.е. ускорению.

Решением этого дифференциального уравнения (2) является функция

$$\alpha = \alpha_0 \sin(\omega t + \varphi) \quad (3)$$

Подставляя это решение в уравнение (2), находим

$$\omega = \sqrt{mgl / J} \quad (4)$$

Следовательно, при малых колебаниях физический маятник совершает гармонические колебания с круговой частотой ω и периодом

$$T = 2\pi \sqrt{J / mgl} \quad (5)$$

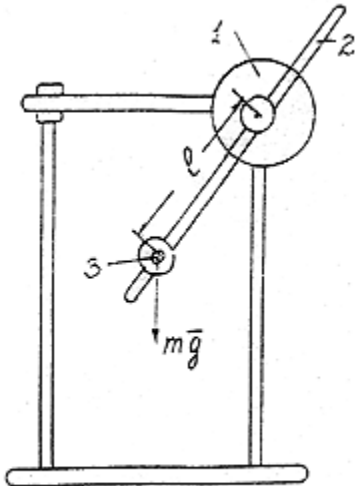


Рис. 2

Описание установки и вывод расчетной формулы.

В настоящей задаче физический маятник (рис.2) состоит из диска (1), круглого легкого стержня (2) и груза (3) массой m , укрепленного на стержне на расстоянии l от оси вращения маятника.

При проведении эксперимента центр масс стержня (2) должен совпадать с точкой закрепления оси вращения, поэтому при установке стержня добиваются его равновесия в горизонтальном положении.

Для получения расчетных формул, используемых в задаче, делается допущение, что размеры груза (3) малы по сравнению с расстоянием l и груз можно принять за материальную точку массы m . Для расчета периода колебаний маятника можно использовать формулу (5), подставив в нее значение момента инерции системы

$$T = 2\pi \sqrt{(J_0 + ml^2) / mgl} \quad (6)$$

где J_0 - момент инерции стержня с блоком.

Если изменить массу груза и его расстояние до оси вращения маятника, то новый период колебаний запишется следующим образом:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{(J_0 + m_1 l_1^2) / m_1 g l_1} \quad (7)$$

Совместно решая уравнения (6) и (7) относительно ускорения свободного падения g , получаем

$$g = 4\pi^2 (m_1 l_1^2 - ml^2) / (m_1 l_1 T_1^2 - mlT^2) \quad (8)$$

Упражнение 1.

Определение ускорения свободного падения при постоянном расстоянии между грузом и осью вращения.

При постоянном значении l ($l = l_1$) расчетная формула (8) принимает вид:

$$g = 4\pi^2 l (m_1 - m) / (m_1 T_1^2 - mT^2) \quad (9)$$

Для выполнения задачи выполняются следующие операции: при помощи линейки измеряется расстояние l между грузом массой m и осью вращения.

Отклонив маятник на угол $\sim 10^\circ$, включается секундомер и определяется время 10 полных колебаний t_{10} . Указанные измерения производятся 5 раз. По результатам этих измерений определяется период колебаний маятника T . Данные измерений заносятся в табл.1. Затем вся эта процедура повторяется для груза с другой массой m_1 . Подстановка в формулу (10) найденных из измерений значений периодов колебаний T и T_1 позволяет вычислить значение ускорения свободного падения $g = (\dots \pm \dots) \text{ м/с}^2$; $\Delta g/g = \dots \%$.

Таблица 1

$l = \dots \text{ м}$					
$m = \dots \text{ кг}$			$m_1 = \dots \text{ кг}$		
№ п/п	$t_{10}, \text{ с}$	$t_{cp10} = \dots \text{ с}$	№ п/п	$t_{10}, \text{ с}$	$t_{cp10} = \dots \text{ с}$
1		$T = \frac{t_{cp10}}{10} = \dots \text{ с}$	1		$T = \frac{t_{cp10}}{10} = \dots \text{ с}$
2			2		
...			...		
5			5		

Упражнение 2.

Определение ускорения свободного падения при постоянной массе груза.

В данном упражнении расчетная формула имеет вид

$$g = 4\pi^2 (l_1^2 - l^2) / (l_1 T_1^2 - l T^2) \quad (10)$$

Выполняем измерения и заполняем таблицу 2 и определяем значения ускорения свободного падения

$$g = (\dots \pm \dots) \text{ м/с}^2,$$

$$\Delta g / g = \dots \%$$

Таблица 2

$m = \dots \text{ кг}$					
$l = \dots \text{ м}$			$l_1 = \dots \text{ м}$		
№ п/п	$t_{10}, \text{ с}$	$t_{cp10} = \dots \text{ с}$	№ п/п	$t_{10}, \text{ с}$	$t_{cp10} = \dots \text{ с}$
1		$T = \frac{t_{cp10}}{10} = \dots \text{ с}$	1		$T = \frac{t_{cp10}}{10} = \dots \text{ с}$
2			2		
...			...		
5			5		

Упражнение 3.

Определение ускорения свободного падения при одинаковом периоде колебаний и одинаковой массе груза.

В данном упражнении для вычисления ускорения свободного падения используется формула

$$g = 4\pi^2 (l_1 + l) / T^2, \quad (11),$$

которая получается из (8), если учесть, что $m = m_1$ и $T = T_1$. Экспериментально изучается зависимость периода колебаний физического маятника от расстояния груза массы m относительно оси вращения (измерения производятся для 10 значений расстояния l). Как и в предыдущих упражнениях маятник отклоняется от вертикали на угол ~ 10 градусов и с помощью секундомера фиксируется время 10 полных колебаний. Результаты измерений и вычисления заносятся в таблицу 3.

Таблица 3.

М = _____ кг			
№ п/п	l, м	t ₁₀ , с	T = t/10, с
1	l ₁	t _{10,1}	T ₁
2	l ₂	t _{10,2}	T ₂
...
10	l ₁₀	t _{10,10}	T ₁₀

По данным таблицы 3 на миллиметровой бумаге строится график зависимости периода колебаний физического маятника T от расстояния l , $T = f(l)$ (см. Рис.3).

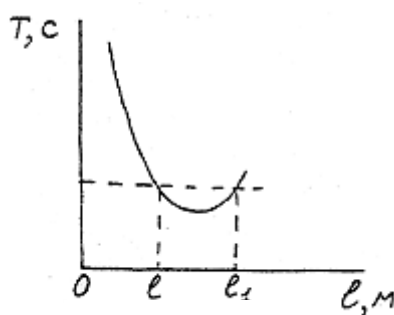


Рис. 3

Если на этом графике провести прямую, параллельную горизонтальной оси, то точки пересечения с экспериментальной кривой дадут два значения l_1 и l_2 , при которых периоды колебаний совпадают. Подставив значения l_1 , l_2 и T в формулу (11), находим значение ускорения свободного падения g .

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ.

1. Что такое момент инерции твердого тела?
2. Какова роль момента инерции во вращательном движении?
3. Что называется моментом силы: относительно неподвижной точки, относительно неподвижной оси? Как определяется направление момента силы?
4. Сформулируйте уравнение динамики вращательного движения твердого тела.
5. Что такое колебания? Свободные колебания? Гармонические колебания? Периодические процессы?
6. Дайте определения амплитуды, фазы, периода и частоты колебания.
7. Что называется физическим маятником?
8. Выведите формулу для определения периода колебания физического маятника. Примените ее для определения периода колебания математического маятника.

ЛИТЕРАТУРА .

1. Савельев И.В. «Курс общей физики», учебное пособие.
в 5-и книгах, 1998 г. Книга 1. Механика.
Глава 5. Механика твердого тела.
§ 5.3. Вращение тела вокруг неподвижной оси.
Глава 8. Колебательное движение.
§ 8.1. Общие сведения о колебаниях.
§ 8.4. Гармонические колебания.
§ 8.5. Маятник.